الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربية الوطنية	**الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد**
تصميم إجابة فرض المراقبة	**السنة الدراسية: 2010 - 2011**

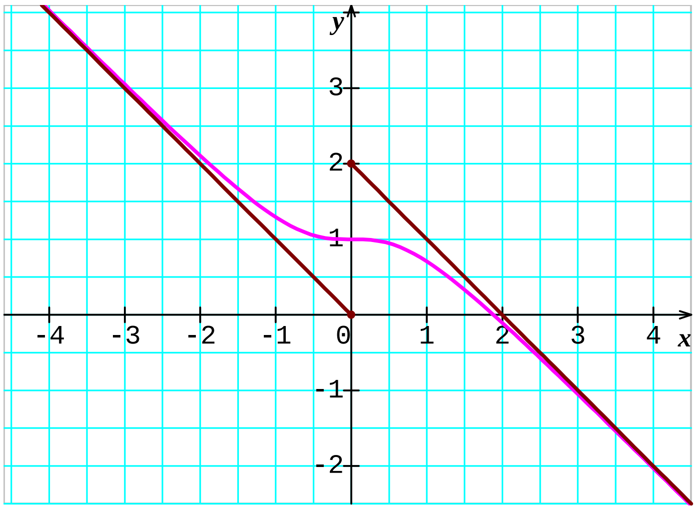
المستوى:3 ثانوي	**الشعبة : رياضيات**	**المادة : رياضيات**	**عدد الصفحات :06**

إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي

محاور الموضوع	عـنـاصـر الإجـابـة	العـلامـة مجزأة	العـلامـة كاملة
التمرين الأول	f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=1-x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$		**05 ن**
	1) $f'(x)=-1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.	**0.5 ن**	
	$f'(0)=0$.	**0.25 ن**	
	2) من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $x^2+1\geq 1$ و $\sqrt{x^2+1}\geq 1$		
	ومنه $(x^2+1)\sqrt{x^2+1}\geq 1$ إذن $1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}\leq 0$	**0.5 ن**	
	3) دراسة تغيرات الدالة f .		
	النهايات :	**0.5 ن**	
	$f'(x)\leq 0$ نستنتج أن f متناقصة على $\mathbb{R}$.	**0.5 ن**	
	جدول تغيرات الدالة f .	**0.25 ن**	

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$

محاور الموضوع	عـنـاصـر الإجـابـة	مجزأة	كاملة
	4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}\right)=0$		
	ومنه المستقيم: $(D):y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.	**0.25 ن**	
	5) المستقيم: $(D'):y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$		
	لأن.		

	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x-2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-1+\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}\right)=0$	0.25 ن	
	6) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{7}{4}\prec\alpha\prec 2$ لأن : f مستمرة ومتناقصة تماما على $\left[\frac{7}{2};2\right]$ و $f\left(\frac{7}{2}\right)\times f(2)\prec 0$	0.5 ن	
	7) النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) **لأن :** $f(-x)+f(x)=2$	0.25 ن	
	8)إنشاء المنحنى (C_f). 	0.75 ن	
	9) حلول المعادلة $f(x)=-x+m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $y=-x+m$. $m\in]-\infty;0]\cup[2;+\infty[$: المعادلة لا تقبل حلول . $m\in]0;2[$:المعادلة تقبل حلا وحيدا .	0.5 ن	
التمرين الثاني	g معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{2x}{1+x}-\ln(1+x)$		04 ن
	1) دراسة تغيرات الدالة g على المجال $[0;+\infty[$: $g(0)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.	0.5 ن	
	المشتق : $g'(x)=\dfrac{1-x}{(1+x)^2}$	0.25 ن	
	إشارة $g'(x)$:	0.25 ن	

	0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن	جدول التغيرات :	

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↗	$0{,}31$	↘	$-\infty$

2) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]3,9\,;\,4[$ لأن لأن :

g مستمرة ومتناقصة تماما على $[3,9;4]$ و $g(3,9)\times g(4)\prec 0$

3) إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$:

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	0	$+$	0	$-$	

4) f معرفة على R بـ: $f(x)=e^{-x}\ln\left(1+e^{2x}\right)$

أ) بوضع $t=e^{2x}$ نجد : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{t\to 0} \sqrt{t}\,\dfrac{\ln(1+t)}{t}=0$

ب) إثبات أن $f(x)=\dfrac{2x}{e^{x}}+\dfrac{\ln\left(1+e^{-2x}\right)}{e^{x}}$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{e^{x}}+\frac{\ln\left(1+e^{-2x}\right)}{e^{x}}\right)=0$$

ج) دراسة تغيرات الدالة f :

$$f'(x)=e^{-x}\left(\frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}-\ln\left(1+e^{2x}\right)\right)=e^{-x}g\left(e^{2x}\right)$$

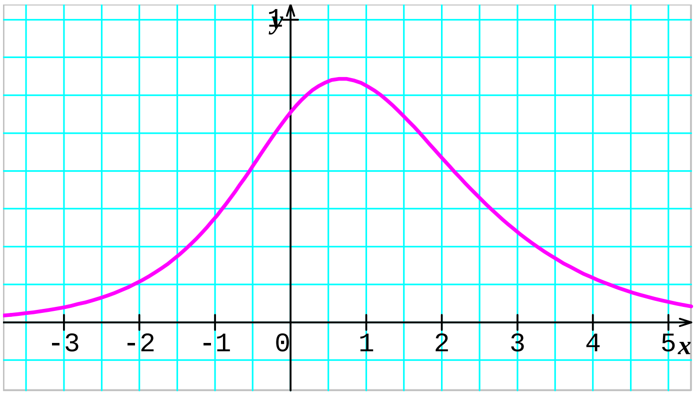
إشارة $f'(x)$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$\dfrac{\ln\alpha}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$0{,}8$	↘	0

د) بين أن $f\left(\frac{\ln\alpha}{2}\right)=e^{-\frac{\ln\alpha}{2}}\ln\left(1+e^{\ln\alpha}\right)=\frac{\ln(1+\alpha)}{\sqrt{\alpha}}=\frac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$. — 0.25 ن

إنشاء (C) : — 0.5 ن



التمرين الثالث — 04 ن

1) حلول المعادلة $z^2-2z+5=0$ هي: — 0.75 ن

$S=\{1+2i;1-2i\}$

حلول المعادلة $z^2-2\left(1+\sqrt{3}\right)z+5+2\sqrt{3}=0$ هي: — 0.75 ن

$S=\left\{1+\sqrt{3}+i;1+\sqrt{3}-i\right\}$

2) $z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1-2i$ ، $z_D=1+\sqrt{3}-i$

و $z_E=i\sqrt{3}$.

كتابة $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الجبري: $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}i$. — 0.5 ن

طبيعة المثلث ABC : $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)=\arg\left(\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+2\pi k$

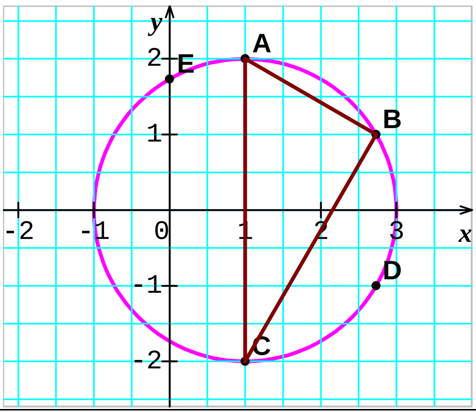
ومنه ABC قائم في B . — 0.5 ن

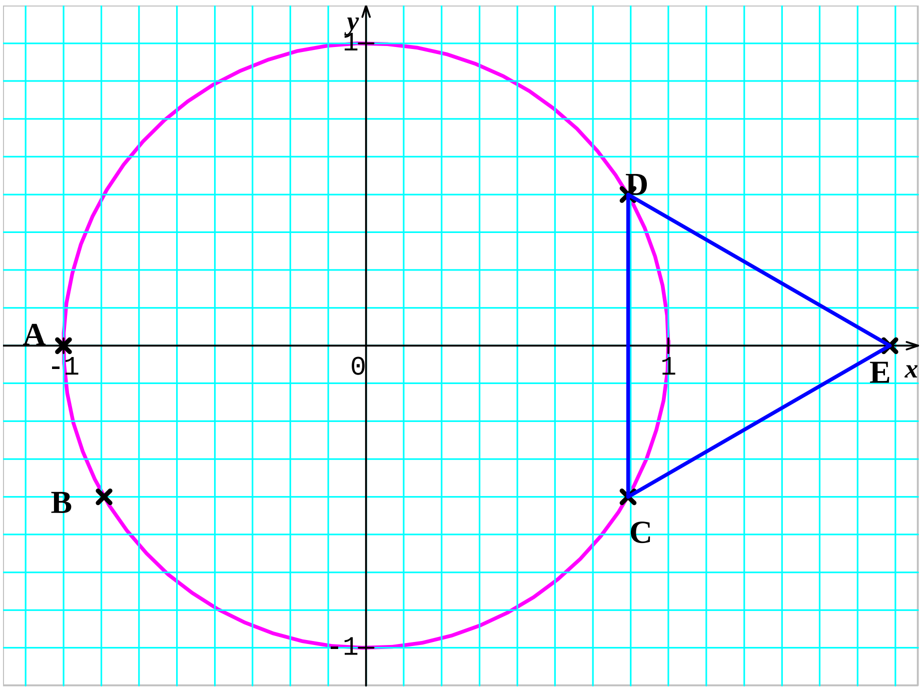
معادلة الدائرة (c) المحيطة بالمثلث ABC : المركز $\omega(1;0)$ منتصف $[AC]$ ونصف القطر $R=\frac{AC}{2}=2$. ومنه المعادلة هي :

$(x-1)^2+y^2=4$. — 0.5 ن

بما أن إحداثيي كل من النقطتين D و E تحققان معادلة الدائرة فهما تنتميان إلى (c) . — 0.5 ن

إنشاء الدائرة (c) والنقط A ، B ، C ، D ، E في المعلم المعطى : — 0.5 ن



التمرين الرابع	. $z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ و $z_A = i$		**03 ن**
	1) أ) العبارة المركبة للدوران r هي: $z' = e^{\frac{2\pi}{3}i} z$	**0.25 ن**	
	لاحقة C هي $z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$.	**0.25 ن**	
	ب) $z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ و $z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	**0.25 ن**	
	2) لتكن D مرجح النقط A ، B و C مرفقة بالمعاملات 2 ، -1 و 2 على الترتيب .		
	أ) لاحقة D هي $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.	**0.25 ن**	
	ب) A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة لأن : $z_A = z_B = z_C = z_D = 1$	**0.25 ن**	
	3) أ) العبارة المركبة للتحاكي h : $z' = 2z - i$.	**0.25 ن**	
	ب) E صورة D بواسطة h . لاحقة E هي $z_E = \sqrt{3}$.	**0.25 ن**	
	4) $\frac{z_D - z_C}{z_E - z_C} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{\pi}{3}}$.	**0.25 ن**	
	نستنتج أن $CD = CE$ و $(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CD}) = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ ومنه المثلث CDE متقايس الأضلاع .	**0.25 ن**	
	الرسم : 	**0.75 ن**	

التمرين الخامس	1) لدينا $2^3 \equiv 1[7]$ ومنه $2^{3n} \equiv 1[7]$ أي $2^{3n}-1$ مضاعف للعدد 7 . بالضرب في 2 نجد : $2^{3n+1}-2$ مضاعف للعدد 7 . بالضرب في 2 مرة أخرى نجد : وأن $2^{3n+2}-4$ مضاعف للعدد 7 . 2) $2^{3n} \equiv 1[7]$ ، $2^{3n+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3n+2} \equiv 4[7]$. 3) نعتبر العدد الطبيعي $A_P = 2^P + 2^{2P} + 2^{3P}$. حيث $P \in \mathbb{N}$. من أجل $P = 3n$: $A_P = 2^{3n} + 2^{6n} + 2^{9n} \equiv 3[7]$. من أجل $P = 3n+1$: $A_P = 2^{3n+1} + 2^{6n+2} + 2^{9n+3} \equiv 0[7]$ من أجل $P = 3n+2$: $A_P = 2^{3n+2} + 2^{6n+4} + 2^{9n+6} \equiv 0[7]$	 **0.5 ن** **0.5 ن** **0.5 ن** **01 ن** **0.5 ن** **0.5 ن** **0.5 ن**	**04 ن**