الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد

تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم : 01

المستوى : 3 ثانوي	الشعبة : تسيير واقتصاد	المادة : رياضيات	عدد الصفحات : 04

إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي

محاور الموضوع	عناصــــر الإجـــــابة	العلامـــة مجزأة	العلامـــة كاملة
التمرين الأول	(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول u_0 وبالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1$.		**06 ن**
	1) قيمة u_0 حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة : $u_{n+1}=u_n=u_0$ يكافئ $u_0=\frac{1}{2}u_0-1$ ومنه $u_0=-2$.	**01 ن**	
	2) نفرض $u_0=6$: أ) $u_1=2$ و $u_2=0$.	**0.5 ن**	
	ب) (v_n) متتالية بالعلاقة : $v_n=\alpha u_n-2$. $v_{n+1}=\alpha u_{n+1}-2=\frac{\alpha}{2}u_n-\alpha-2=\frac{\alpha}{2}\left(\frac{v_n+2}{\alpha}\right)-\alpha-2$ $=\frac{1}{2}v_n-\alpha-1$ تكون (v_n) متتالية هندسية من أجل $-\alpha-1=0$ أي $\alpha=-1$.	**01.5 ن**	
	ج) نضع $\alpha=-1$: عندئذ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=-u_0-2=-8$	**0.75 ن**	
	عبارة v_n بدلالة n : $v_n=v_0\times q^n=-8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$. عبارة u_n بدلالة n : $u_n=-v_n-2=8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n-2$	**0.75 ن**	
	$S_n=u_0+u_1+u_2+.....+u_n=-(v_0+v_1+v_2+...+v_n)-2(n+1)$ $=16\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)-2(n+1)$	**01.5 ن**	

التمرين الثاني — **06 ن**

1) بقراءة بيانية : $f(1)=2$ — **0.5 ن**

$f'(1)=\dfrac{f(1)-f(1)}{1-0}=\dfrac{2-\frac{5}{4}}{1}=\dfrac{3}{4}$. — **01 ن**

2) نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;5[$:

$f(x)=a+bx\left(2-\sqrt{x}\right)$

أ) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;5[$:

$f'(x)=b\left(\left(2-\sqrt{x}\right)+x\left(-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right)$

$=b\left(\left(2-\sqrt{x}\right)-\dfrac{1}{2}\sqrt{x}\right)=b\left(2-\dfrac{3}{2}\sqrt{x}\right)$ — **01.5 ن**

ب) تعيين a و b : $\begin{cases} f(1)=2 \\ f'(1)=\dfrac{3}{4} \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} a+b=2 \\ \dfrac{b}{2}=\dfrac{3}{4} \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ — **03 ن**

ومنه $f(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}x\left(2-\sqrt{x}\right)$

التمرين الثالث — **08 ن**

I- الدالة g معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x^3-3x^2-1$

1 - دراسة تغيرات الدالة g :

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3=+\infty$. — **0.25 ن**

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} g(x)=-6$. — **0.25 ن**

$g'(x)=6x^2-6x$ — **0.5 ن**

إشارة المشتق : — **0.5 ن**

جدول التغيرات : — **0.5 ن**

x	-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	-6	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

2) g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[1,6;1,7]$ ولدينا

$g(1,6)=-0,488<0$ و $g(1,7)=0,156>0$ نستنتج حسب

مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α — **0.75 ن**

محصور بين $1,6$ و $1,7$.

إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

0.5 ن

x	-1		α		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

II- f الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1-x}{x^3+1}$

1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=\dfrac{2}{0^+}=+\infty$. — 0.25 ن

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)=0$. — 0.25 ن

التفسير البياني : (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي

معادلته $x=-1$ ومستقيم مقارب أفقي معادلته $y=0$. — 0.5 ن

2) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{-(x^3+1)-3x^2(1-x)}{(x^3+1)^4}=\frac{2x^3-3x^2-1}{(x^3+1)^2}=\frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$$. — 0.5 ن

3) إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ — 0.5 ن

جدول تغيرات الدالة f :

0.5 ن

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	0

4) معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

$y=-x+1$ — 0.5 ن

5) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ):

$$f(x)-(-x+1)=(1-x)\left(\frac{1}{x^3+1}-1\right)$$

$$=(1-x)\left(\frac{-x^3}{x^3+1}\right)$$

x	-1		0		1		$+\infty$
$1-x$		+		+	0	-	
$-x^3$		+	0	-		-	
$(1-x)\left(\dfrac{-x^3}{x^3+1}\right)$		+	0	-	0	+	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)	

0.75 ن

6) رسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f).

01 ن